

अनुक्रमांक

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

नाम

131/1

334(DU)

2018

गणित

प्रथम प्रश्नपत्र

(बीजगणित, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन  
तथा निर्देशांक ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए  
निर्धारित हैं।

- निर्देश : (i) इस प्रश्नपत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।  
(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।  
(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है  
कि उसके कितने खण्ड करने हैं।  
(iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।  
(v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते  
जाइए।  
(vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

334(DU)

1

(Y-1)

P.T.O.

Note : (i) There are in all eight questions in this  
question paper.

- (ii) All questions are compulsory.  
(iii) In the beginning of each question, the  
number of parts to be attempted has  
been clearly mentioned.  
(iv) Marks allotted to the questions are  
indicated against them.  
(v) Start from the first question and proceed  
to the last one.  
(vi) Do not waste time over a question which  
you cannot solve.

1. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

- (क) दीर्घवृत्त  $(a - b)x^2 + (a + b)y^2 = a^2 - b^2$  को मानक  
रूप में व्यक्त कीजिए। 1
- (ख) सिद्ध कीजिए कि आयतीय अतिपावलय  $x^2 - y^2 = a^2$   
की उत्केन्द्रता  $\sqrt{2}$  है। 1
- (ग) असमिका  $24x < 100$  को हल कीजिए, जब  $x$  एक  
प्राकृत संख्या है। 1
- (घ) यदि  $\begin{bmatrix} x + y + z \\ x + z \\ y + z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$  हैं, तो  $x$ ,  $y$  तथा  $z$  के मान  
ज्ञात कीजिए। 1
- (ङ) बिन्दुओं  $P(1, -3, 4)$  और  $Q(-4, 1, 2)$  के बीच की  
दूरी ज्ञात कीजिए। 1

334(DU)

2

(Y-1)

1. Attempt any four parts of the following :

- (a) Express the Ellipse  $(a-b)x^2 + (a+b)y^2 = a^2 - b^2$  in standard form. 1
- (b) Prove that eccentricity of rectangular Hyperbola  $x^2 - y^2 = a^2$  is  $\sqrt{2}$ . 1
- (c) Solve the inequality  $24x < 100$  when  $x$  is a natural number. 1
- (d) If  $\begin{bmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ , then find value of  $x$ ,  $y$  and  $z$ . 1
- (e) Find distance between two points  $P(1, -3, 4)$  and  $Q(-4, 1, 2)$ . 1

<http://www.upboardonline.com>

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

- (क) यदि परवलय  $y^2 = 4ax$  बिन्दु  $(9, -12)$  से होकर जाता है, तो नाभिलम्ब की लम्बाई तथा नाभि के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 2
- (ख) यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $A^2 - 4A + 5I = 0$  जहाँ  $I$  इकाई आव्यूह है। 2
- (ग) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $y$ -अक्ष को स्पर्श करता है और जिसका केन्द्र  $(3, 4)$  है। 2
- (घ) समीकरण  $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1} \frac{8}{31}$  को हल कीजिए। 2
- (ङ) सिद्ध कीजिए कि वह त्रिभुज जिसके शीर्ष  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 1)$  और  $(3, 1, 2)$  हैं एक समबाहु त्रिभुज है। 2

2. Attempt any four parts of the following :

- (a) If the parabola  $y^2 = 4ax$  passes through the point  $(9, -12)$ , then find length of Latus rectum and co-ordinate of focus. 2
- (b) If matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  then prove that  $A^2 - 4A + 5I = 0$  where  $I$  is unit matrix. 2
- (c) Find equation of the circle which touches  $y$ -axis and whose centre is  $(3, 4)$ . 2
- (d) Solve the equation  $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1} \frac{8}{31}$  2
- (e) Prove that triangle whose vertices are  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 1)$  and  $(3, 1, 2)$  is an equilateral triangle. 2

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

- (क) उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी उत्केन्द्रता  $2/3$ , नाभि  $(3, 4)$  तथा नियता  $3x + 4y = 5$  है। 2
- (ख) सिद्ध कीजिए कि  $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$  2
- (ग) वृत्त  $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$  का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 2
- (घ) सिद्ध कीजिए कि  $2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{b}{a}} = \cos^{-1} \left( \frac{a-b}{a+b} \right)$  2
- (ङ) यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ , तो  $A \cdot B$  तथा  $B \cdot A$  ज्ञात कीजिए। 2

3. Attempt any four parts of the following :

(a) Find the equation of the ellipse whose eccentricity is  $2/3$ , focus  $(3, 4)$  and directrix  $3x + 4y = 5$ .

(b) Prove that

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$$

(c) Find centre and radius of circle

$$3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$$

(d) Prove that  $2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{b}{a}} = \cos^{-1} \left( \frac{a-b}{a+b} \right)$

(e) If  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . Find  $A \cdot B$

and  $B \cdot A$ .

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन प्रश्नों को हल कीजिए :

(क) निम्नलिखित असमिका निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

$$2x + y \geq 6, 3x + 4y \leq 12$$

(ख)  $\cot^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{1-\sin x} + \sqrt{1+\sin x}}{\sqrt{1-\sin x} - \sqrt{1+\sin x}} \right\}$  का मान निकालिए।

(ग) बिन्दुओं  $(4, 8, 10)$  और  $(6, 10, -8)$  को मिलाने वाली रेखाखण्ड को  $yz$  तल किस अनुपात में विभक्त करता है ? उसे ज्ञात कीजिए।

(घ) सिद्ध कीजिए कि  $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)$

$(c-a)$

4. Attempt any three parts of the following:

(a) Solve the following inequalities by graphical method :

$$2x + y \geq 6, 3x + 4y \leq 12.$$

(b) Evaluate :  $\cot^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{1-\sin x} + \sqrt{1+\sin x}}{\sqrt{1-\sin x} - \sqrt{1+\sin x}} \right\}$

(c) Find the ratio in which the line joining the points  $(4, 8, 10)$  and  $(6, 10, -8)$  is divided by  $yz$ -plane.

(d) Prove that  $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$

5. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए :

(क) यदि रेखा  $lx + my + n = 0$ , अतिपरवलय

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

की स्पर्शी है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$a^2 l^2 - b^2 m^2 = n^2$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$

(ग) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका केन्द्र सरल रेखा  $3x + 4y = 5$  पर स्थित है तथा वह बिन्दुओं  $(1, -2)$  और  $(4, -3)$  से गुजरता है।

(घ) तीन बिन्दु  $P(3, 2, -4)$ ,  $Q(5, 4, -6)$  और  $R$  समरेखीय हैं। यदि  $Q$  रेखा  $PR$  को  $1 : 2$  के अनुपात में विभाजित करता है, तो बिन्दु  $R$  का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Attempt any three parts of the following :

(a) If line  $lx + my + n = 0$ , be tangent of

hyperbola  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , then prove that

$$a^2l^2 - b^2m^2 = n^2$$

(b) Prove that  $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right) = \frac{1}{2}\tan^{-1}x$

(c) Find the equation of the circle whose centre lies on the line  $3x + 4y = 5$  and passes through the points  $(1, -2)$  and  $(4, -3)$ .

(d) Three points  $P(3, 2, -4)$ ,  $Q(5, 4, -6)$  and  $R$  are collinear. If the point  $Q$  divides the line  $PR$  in the ratio  $1 : 2$ , find the co-ordinates of the point  $R$ .

निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) (i) यदि  $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y = \pi/2$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $\cos^{-1}x = \sin^{-1}y$ .

(ii) 10 से कम क्रमागत विषम संख्याओं के ऐसे युग्म ज्ञात कीजिए, जिनके योगफल 11 से अधिक हों।

(ख) यदि  $[x - 5 - 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$  तो  $x$  का

मान ज्ञात कीजिए।

i. Attempt any one part of the following :

(a) (i)  $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y = \pi/2$ , then prove that  $\cos^{-1}x = \sin^{-1}y$ .

(ii) Obtain such a couple of odd serial numbers whose sum is greater than 11 and which are less than 10.

(b) If  $[x - 5 - 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ , then

find the value of  $x$ .

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) यदि किसी दीर्घवृत्त के लघु अक्ष के सिरों और नाभियों को मिलाने वाली सरल रेखाओं के मध्य कोण  $90^\circ$  हो, तो उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

(ख) सिद्ध कीजिए कि व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह का प्रतिलोम अद्वितीय होता है।

7. Attempt any one part of the following :

(a) If in any ellipse, angle between lines joining the end points of minor axis and its foci is  $90^\circ$ , then find the eccentricity.

(b) Prove that inverse of a non-singular square matrix is unique.

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) क्रमर नियम की सहायता से निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y - 3z = -4, 2x + 3y + 2z = 2, 3x - 3y - 4z = 11.$$

(ख) आव्यूह विधि से निम्न समीकरणों को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

8. Attempt any one part of the following :

(a) Solve the following system of equations by Cramer's Rule :

$$x + 2y - 3z = -4, 2x + 3y + 2z = 2, 3x - 3y - 4z = 11.$$

(b) Solve the following equations by matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

131/2

335(EB)

2018

गणित

द्वितीय प्रश्नपत्र

(कलन, रेखिक प्रोग्रामन, सदिश तथा त्रिविमीय ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

- नोट : (i) इस प्रश्नपत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।  
(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।  
(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।  
(iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।  
(v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।  
(vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Note : (i) There are in all eight questions in this question paper.

- (ii) All questions are compulsory.  
(iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted is clearly mentioned.  
(iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.  
(v) Start from the first question and proceed to the last.  
(vi) Do not waste time over a question you cannot solve.

I. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) फलन  $2x + 3y = \sin x$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए।

(ख)  $\int \frac{\sec x}{\sec x + \tan x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

(ग) निम्नलिखित अवकल समीकरण की कोटि एवं घात बताइये :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{y + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

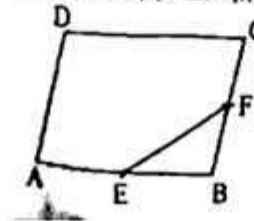
(घ) किसी  $\Delta ABC$  में सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{O}$$

(ङ) चित्र में ABCD एक समान्तरचतुर्भुज है, जिसमें AB तथा

BC का मध्य बिन्दु क्रमशः E तथा F हैं। यदि  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,

$\vec{AD} = \vec{b}$  हो, तो सदिश  $\vec{EF}$  ज्ञात कीजिए।



335(EB)

1

(Y-1)

P.T.O.

1. Attempt any four parts of the following :

(a) Find the value of  $\frac{dy}{dx}$  of the function

$$2x + 3y = \sin x. \quad 1$$

(b) Evaluate  $\int \frac{\sec x}{\sec x + \tan x} dx$  1

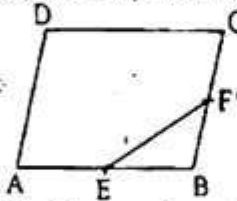
(c) State the order and degree of the differential equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt[4]{y + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad 1$$

(d) In any  $\Delta ABC$ , prove that  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{O}$  1

(e) In figure ABCD is a parallelogram, middle points of sides AB and BC are E and F. If

$\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$ , find the vector  $\vec{EF}$ . 1



2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) प्रथम सिद्धान्त से  $\cos^{-1}x$  का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

(ख)  $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ग) यदि  $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$   
तो दर्शाइए कि संदिश  $(\vec{a} + \vec{b})$  और  $(\vec{a} - \vec{b})$  लम्बवत् हैं। 2

(घ) फलन  $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} dx$  को मान ज्ञात कीजिए। 2

(ङ) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{1+y^2}{y}\right)$  को हल कीजिए। 2

2. Attempt any four parts of the following :

(a) Find the differential co-efficient of  $\cos^{-1}x$  from first principle. 2

(b) Evaluate  $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$ . 2

(c) If  $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ , show that vector  $(\vec{a} + \vec{b})$  and  $(\vec{a} - \vec{b})$  are perpendicular. <http://www.upboardonline.com> 2

(d) Evaluate  $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} dx$ . 2

(e) Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{1+y^2}{y}\right)$  2

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) वक्र  $y = x^2 - 4x - 5$  के बिन्दु  $x = -2$  पर स्पर्श-रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

(ख) फलन  $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$  का  $x$  के सापेक्ष समाकलन ज्ञात कीजिए। 2

(ग) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + \left(\frac{1+y^2}{x}\right) = 0$  को हल कीजिए। 2

(घ) सदिश  $5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए, जिसका परिमाण 8 इकाई है। 2

(ङ) एक कण पर तीन बल  $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $\hat{i} - 4\hat{j}$  और  $-3\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$  लग रहे हैं, सिद्ध कीजिए कि कण सन्तुलन की अवस्था में है। 2

3. Attempt any four parts of the following :
- (a) Find the equation of the tangent to the curve  $y = x^2 - 4x - 5$  at the point  $x = -2$ . 2
- (b) Evaluate  $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$  w.r.t.  $x$  2
- (c) Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} + \left(\frac{1+y^2}{x}\right) = 0$ . 2
- (d) Find a vector parallel to the given vector  $5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ , and its magnitude is 8 unit. 2
- (e) Three forces  $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $\hat{i} - 4\hat{j}$  and  $-3\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$  are acting on a particle. Prove that the particle will be in rest. 2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए :
- (क) फलन  $\sin^{-1} 2x\sqrt{1-x^2}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 3
- (ख)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$  का मान ज्ञात कीजिए। 3
- (ग) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y + \sin y}$  को हल कीजिए। 3
- (घ) यदि  $\vec{OA} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  तथा  $\vec{OB} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  हो, तो  $\Delta OAB$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

4. Attempt any three parts of the following :
- (a) Find the differential co-efficient of the function  $\sin^{-1} 2x\sqrt{1-x^2}$  w.r.t.  $x$ . 3
- (b) Evaluate  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$  3
- (c) Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y + \sin y}$  3
- (d) If  $\vec{OA} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{OB} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ , find the area of the  $\Delta OAB$ . 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए :

- (क) परवलय  $y^2 = 16x$  के उस अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $x$ -अक्ष से  $60^\circ$  का कोण बनाता है। उस बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए, जहाँ पर यह अभिलम्ब है। 3

- (ख) एक फल विक्रेता सेब व संतरे खरीदने में ₹ 500 की पूंजी लगा सकता है। उसकी दुकान में फलों की केवल 12 पेटियाँ ही रखी जा सकती हैं। सेब की एक पेटि ₹ 50 और संतरों की एक पेटि ₹ 25 की आती है। वह सेब की प्रति पेटि ₹ 10 और संतरों की एक पेटि ₹ 6 के लाभ से बेच सकता है। यह मानकर कि वह खरीदी हुई सभी पेटियाँ बेच सकता है। उसे सेब और संतरों की कितनी-कितनी पेटियाँ खरीदनी चाहिए ताकि उसे अधिकतम लाभ हो? 3

- (ग) सिद्ध कीजिए कि  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{4}$ . 3

- (घ) प्रदर्शित कीजिए कि सदिशों  $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  और  $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  के बीच का कोण  $60^\circ$  है। 3

5. Attempt any three parts of the following :

- (a) To find the equation of the normal of the parabola  $y^2 = 16x$ , which cuts the axis of  $x$  at  $60^\circ$  angle. Also find the co-ordinate of the point where this normal is. 3

- (b) A fruit seller can invest ₹ 500 to purchase apples and oranges. Only 12 boxes of fruits can be placed in his shop. Cost of one box of apples is ₹ 50 and one box of oranges is ₹ 25. He can sell with a profit of ₹ 10 per box of apples and ₹ 6 per box of oranges. If he sells all the boxes, then how many boxes of apples and oranges should he purchase, so that he could get maximum profit? 3

(c) Prove that  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{4}$  3

- (d) Show that angle between vectors  $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  and  $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  is  $60^\circ$ . 3

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- (क) दर्शाइए कि एक निश्चित आयतन के शंकाकार डेरे के बनाने में कम से कम कपड़ा लगेगा जब उसकी ऊँचाई और आधार की त्रिज्या में अनुपात  $\sqrt{2} : 1$  हो। 4

(ख) सिद्ध कीजिए कि  $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab}$  4

6. Attempt any one part of the following :

- (a) Show that a minimum cloths use to make definite volume of conical tent when height and radius of the base of the cone is in the ratio of  $\sqrt{2} : 1$ . 4

(b) Prove that  $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab}$  4

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- (क) मध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए; यदि अन्तराल  $[a, b]$  में  $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ , जहाँ  $a = 1, b = 3$  है।  $f(c) = 0$  के लिए  $c \in (1, 3)$  को ज्ञात कीजिए। 4

- (ख) परबलय  $y^2 = 4ax$  और सरल रेखा  $y = 2ax$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

7. Attempt any one part of the following :

- (a) Verify the mean value theorem for the function  $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$  in the interval  $[a, b]$ , where  $a = 1, b = 3$ . Find  $f(c) = 0$  where  $c \in (1, 3)$ . 4

- (b) Find the area enclosed between parabola  $y^2 = 4ax$  and straight line  $y = 2ax$ . 4

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- (क) दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5} \text{ तथा}$$

$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5} \text{ सह-तलीय हैं।} 4$$

- (ख) ग्राफीय विधि द्वारा निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्याओं को हल कीजिए :  
निम्न अवरोधों के अन्तर्गत

$$x + y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$$

$$z = 3x + 4y \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए।} 4$$

8. Attempt any one part of the following :

- (a) Show that the straight lines

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5} \text{ and}$$

$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5} \text{ are coplanar.} 4$$

- (b) Solve the linear programming problem by graphical method with the following restrictions :  
 $x + y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$  and  
maximize  $z = 3x + 4y$ . 4