

U.P. BOARD CLASS 10 MATHEMATICS- 2018

उत्तर प्रदेश बोर्ड कक्षा 10 गणित- 2018

822 (HZ)

गणित

(बीजगणित, वाणिज्यिक गणित, कराधान, सांख्यिकी, त्रिकोणमिति, ज्यामिति, निर्देशांक ज्यामिति एवं मेन्सुरेशन)

समय: तीन घण्टे 15 मिनट)

(पूर्णांक: 70)

निर्देश: प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

निर्देश: 1. इस प्रश्न-पत्र में कुल सात प्रश्न हैं।

2. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

3. प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में उल्लेख कर दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।

4. प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं।

5. प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिए और अंतिम प्रश्न तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट न कीजिए।

6. यदि एक इकाई के लिये स्थान अपेक्षित है, तो उत्तर पुस्तिका के बाएं पृष्ठ पर कीजिए और फिर उसे बंद (v) दीजिए। उस पर कोई हल न लिखिए।

7. प्रश्नों के हल उत्तर पुस्तिका के दोनों ओर पृष्ठों पर लिखिए। प्रश्न संख्या 1 के अतिरिक्त सभी प्रश्नों के हल के क्रियापद लिखिए।

8. रचना वाले प्रश्नों में रचना सम्बन्धित माप व रेखाएं न मिटाएं। रचना पद यदि पूछा गया है तो लिखिए।

9. जिस प्रश्न के हल में चित्र खींचना आवश्यक हो, उसमें स्वच्छ एवं स्पष्ट चित्र अवश्य खींचिए अन्यथा उसके अभाव में हल अपूर्ण और अशुद्ध माना जायेगा।

1. सभी खण्ड कीजिए:

प्रत्येक खण्ड में प्रश्न के उत्तर के लिए चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।

(क) व्यंजक $\left[1 + \frac{\frac{x-1}{y}}{1 - \frac{x}{y}} \right]$ का मान होगा: (1)

(i) -1 (ii) 0 (iii) 1 (iv) 2

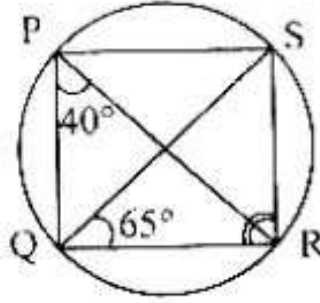
(ख) $\tan (570^\circ)$ का मान होगा: (1)

(i) $-\sqrt{3}$ (ii) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (iv) $\sqrt{3}$

(ग) चित्र में, यदि $\angle SQR = 65^\circ$ और $\angle RPQ = 40^\circ$ हो तो $\angle QRS$ का माप होगा: (1)

(i) 30°

- (ii) 45°
 (iii) 60°
 (iv) 75°



(घ) सरल रेखा $x + y = 0$ की लम्ब रेखा x -अक्ष के साथ कोण बनाती है: (1)

- (i) 30° (ii) 45° (iii) 60° (iv) 90°

(ङ.) एक बेलन और शंकु की ऊँचाइयाँ बराबर हैं और आधार की त्रिज्याएँ बराबर हैं। उनके आयतनों का अनुपात होगा: (1)

- (i) 1 : 3 (ii) 3 : 1 (iii) 2 : 3 (iv) 2 : 5

(च) रेखाओं $x + y + 1 = 0$ तथा $x + y + 5 = 0$ के बीच की दूरी होगी: (1)

- (1) 4 इकाई (2) $2\sqrt{2}$ इकाई (3) $4\sqrt{2}$ इकाई (4) $6\sqrt{2}$ इकाई

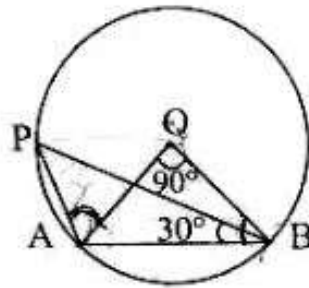
2. सभी खण्ड कीजिए:

(क) व्यंजकों $x^3 + x^2 + x + 1$ और $x^4 - 1$ का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए। (1)

(ख) सिद्ध कीजिए: (1)

$$\tan^2 A \sec^2 B - \sec^2 A \tan^2 B = \tan^2 A - \tan^2 B$$

(ग) चित्र में, वृत्त का केन्द्र O है। यदि $\angle AOB = 90^\circ$ तथा $\angle PBA = 30^\circ$ हो तो $\angle PAO$ की माप ज्ञात कीजिए। (1)



(घ) एक गोले के आयतन और वक्र पृष्ठ के संख्यात्मक मान बराबर हैं। गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (1)

3. सभी खण्ड कीजिए:

(क) सिद्ध कीजिए कि समीकरण

$(q - r)x^2 + (r - p)x + (p - q) = 0$ का एक मूल 1 है। समीकरण का दूसरा मूल भी ज्ञात कीजिए। (2)

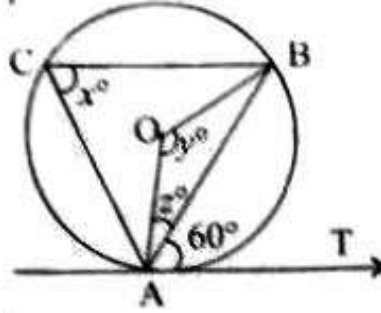
(ख) यदि n प्रेक्षणों $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ का समान्तर माध्य m है तो प्रेक्षणों $\frac{x_1}{k}, \frac{x_2}{k}, \frac{x_3}{k}, \dots, \frac{x_n}{k}$ के समान्तर

माध्य ज्ञात कीजिए जहाँ $k \neq 0$. (2)

(ग) सिद्ध कीजिए: (2)

$$16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = 1$$

(घ) चित्र में, O वृत्त का केन्द्र है और AT वृत्त की स्पर्श रेखा है। यदि $\angle BAT = 60^\circ$ तो x, y और z के मान ज्ञात कीजिए। (2)



4. सभी खण्ड कीजिए:

(क) एक व्यक्ति एक दुकान से Rs. 654 के मूल्य की कमीज खरीदता है। उसे 9% बिक्री कर अतिरिक्त देना है। वह दुकानदार से कमीज का मूल्य इतना कम करने के लिए अनुरोध करता है कि उसे बिक्रीकर सहित Rs. 654 देना पड़े। कमीज के मूल्य में आवश्यक कमी ज्ञात कीजिए। (2)

(ख) एक वृत्त की दो समान्तर जीवाएं $AB=8$ सेमी और $CD=6$ सेमी वृत्त के केन्द्र O के एक ही तरफ स्थित हैं। यदि वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी है तो जीवाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। (2)

(ग) बिन्दु $(3, 5)$ से रेखा $3x+4y+2=0$ पर खींचे गये लम्ब के पाद का निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (2)

(घ) एक आयताकार कागज की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 22 सेमी और 12 सेमी है। कागज को इसके लम्बाई और चौड़ाई के अनुरूप मोड़कर दो लम्ब वृत्तीय बेलन बनाये जाते हैं। बेलनों के आयतनों का अन्तर ज्ञात कीजिए। (2)

5. सभी खण्ड कीजिए:

(क) हल कीजिए:

$$5^{(x+1)} + 5^{(2-x)} = 5^3 + 1 \quad (4)$$

(ख) सिद्ध कीजिए:

$$\tan\left(45^\circ - \frac{A}{2}\right) = \frac{\cos A}{1 + \sin A} \quad (4)$$

(ग) सिद्ध कीजिए कि किसी चक्रीय चतुर्भुज के अन्तः कोणों के अर्द्धकोणों द्वारा बना हुआ चतुर्भुज भी चक्रीय होता है। (4)

(घ) 14 सेमी त्रिज्या वाले धातु के एक गोले को पिघलाकर 3.5 सेमी आधार की त्रिज्या और 8 सेमी ऊँचाई वाले छोटे लम्ब वृत्तीय शंकु बनाये गये हैं। इस प्रकार बने शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए। (4)

6. सभी खण्ड कीजिए:

(क) एक हवाई जहाज अपने निर्धारित समय से 30 मिनट बाद चलता है तथा 1500 किमी दूरी पर स्थित अपने गन्तव्य स्थान पर पहुँचने के लिए वह अपनी चाल में 250 किमी प्रति घण्टा वृद्धि कर देता है। विमान की मूल चाल ज्ञात कीजिए। (4)

(ख) वित्तीय वर्ष 2016-17 में एक वरिष्ठ नागरिक की मासिक आय Rs. 1,10,000 थी। उसने सामान्य भविष्य निधि में Rs. 10,000 प्रति माह और जीवन बीमा निगम में Rs. 12,000 अर्द्धवार्षिक प्रीमियम जमा किया था। उसने Rs. 10,000 का राष्ट्रीय बचत पत्र खरीदा था। प्रधानमंत्री राहत कोष में भी उसने Rs. 20,000 दान दिया जिस पर 80G के अन्तर्गत 100% छूट प्राप्त करता है। वित्तीय वर्ष 2016-17 के अन्तिम माह में दिये जाने वाले आयकर की गणना कीजिए, यदि वह Rs. 10,000 प्रतिमाह वित्तीय वर्ष के प्रथम 11 माह के लिये आयकर देता रहा हो।
आयकर की गणना हेतु निम्नलिखित का प्रयोग कीजिए। (4)

| (अ) | आयकर की दरें | |
|-----|---------------------------------------|--|
| | कर योग्य आय | आयकर की दर |
| | (1) Rs.3,00,000 तक | कोई कर नहीं |
| | (2) Rs.3,00,001 से Rs.5,00,000 तक | Rs.3,00,000 से अधिक धन राशि का 10% |
| | (3) Rs.5,00,001 से Rs.10,00,000 तक | Rs.20,000 + Rs.5,00,000 से अधिक धन राशि का 20 प्रतिशत |
| | (4) Rs.10,00,000 से अधिक | Rs.1,20,000 + Rs.20,00,000 से अधिक धन राशि का 30 प्रतिशत |
| (ब) | छूट | धारा 80C के अन्तर्गत Rs.1,50,000 की बचत आय कर मुक्त है |
| (स) | अधिभार (शिक्षा उपकर) | देय आयकर का 3% |

(ग) (1) संख्याएं 6, 8, 11, 12, $2x - x$, $2x + 10$, 35, 42, 50 आरोही क्रम में लिखे गये हैं। यदि उनकी माध्यिका 25 हो तो x का मान कीजिए। (2)

(2) निम्नलिखित आंकड़ों से बहुलक ज्ञात कीजिए: (2)

| | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| x | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| f | 1 | 3 | 7 | 5 | 2 | 2 |

(घ) रेखाओं $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ और $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$ के प्रतिच्छेद बिन्दु तथा मूल बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। (4)

7. सभी खण्ड कीजिए:

(क) 8 मीटर ऊँचे एक मन्दिर के शीर्ष भाग पर एक पताका-दण्ड लगा है। मन्दिर के आधार से 16 मीटर दूर स्थित एक बिन्दु पर पताका-दण्ड द्वारा आन्तरिक कोण की स्पंज्या $\frac{1}{8}$ है। पताका-दण्ड की लम्बाई दशमलव के द्वितीय स्थान तक शुद्ध ज्ञात कीजिए।(6)

अथवा

(1) यदि $A + B + C = 90^\circ$ तो सिद्ध कीजिए: (3)

$$\tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A = 1$$

(2) यदि $A+B+C=180^\circ$ तो सिद्ध कीजिए: (3)

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

(ख) 5 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इसके केन्द्र से 13 सेमी बाह्य एक बिन्दु से दो स्पर्शियों की रचना कीजिए इनकी लम्बाई नापकर लिखिए। क्या वे समान हैं? जवाब के समर्थन में कारण लिखिए। सम्पूर्ण रचना पद भी लिखिए। (6)

अथवा

$\triangle ABC$ की रचना कीजिए जिसमें $AB=6$ सेमी, $\angle A=50^\circ$ तथा $\angle B=60^\circ$ । त्रिभुज के अन्तःवृत्त की रचना कीजिए तथा त्रिज्या नापकर लिखिये। सम्पूर्ण रचना विधि भी लिखिए। (6)
